

我的數學科非選擇題得分了嗎？

第一處 朱惠文、陳慧美

今年指考成績單寄發後，有些考生來電詢問：我的數學甲或是數學乙考科非選擇題，答案明明正確，為什麼無法得到該題的滿分，甚至一分未得？本文就此一疑問，說明本年度數學甲與數學乙非選擇題僅得部份題分或是一分未得的可能情形，以及數學科非選擇題給分的原則，希望能藉此廓清考生的疑惑。另外，各試題之參考解答詳見附件。

數學甲

第一題

設 $p(x)$ 為三次實係數多項式函數，其圖形通過 $(1, 3)$ 、 $(-1, 5)$ 兩點。若 $p(x)$ 的圖形在點 $(1, 3)$ 的切線斜率為 7，而在點 $(-1, 5)$ 的切線斜率為 -5 ，試求 $p(x)$ 。(12 分)

本題評量三次實係數多項式函數的圖形與其導數間的關係。正確解題步驟分為三步，第一步驟為根據題意假設 $p(x)$ 或 $p'(x)$ ，並將題目所給數值代入，寫出方程式，例如：

$$\text{設 } p(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d, \text{ 得 } \begin{cases} p(1) = 3 = a + b + c + d \\ p(-1) = 5 = -a + b - c + d \end{cases}$$

或

$$\text{設 } p'(x) = 3ax^2 + 2bx + c, \text{ 得 } \begin{cases} p'(1) = 7 = 3a + 2b + c \\ p'(-1) = -5 = 3a - 2b + c \end{cases};$$

亦可利用餘式定理，例如設 $p(x) = (x-1)[(x+1)(kx+q)+r]+3$ 等作法，只要列式正確，即可得到分數。第二步驟則進一步將前面所設函數微分或是積分，再根據題意寫出另兩個方程式，例如：若第一步設 $p(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ，將 $p(x)$ 微分，得 $p'(x) = 3ax^2 + 2bx + c$ ，再根據題意得 $\begin{cases} p'(1) = 7 = 3a + 2b + c \\ p'(-1) = -5 = 3a - 2b + c \end{cases}$ 。第三步驟為解第一步與第二步列出的聯立方程式，並寫出正確的

$p(x) = x^3 + 3x^2 - 2x + 1$ （詳細解法請見附件一）。

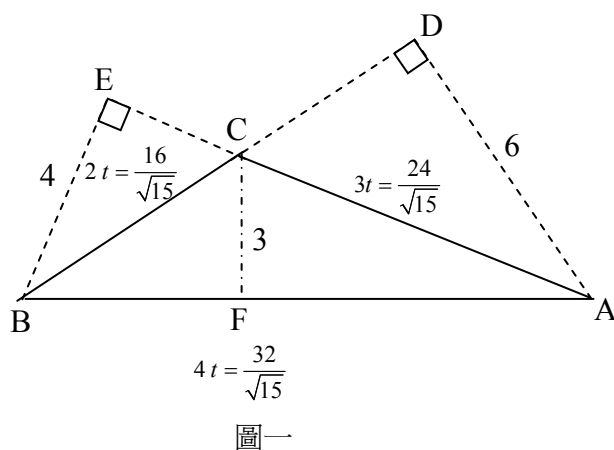
有些考生直接認定 $p(x)$ 的首項係數為 1，即假設 $p(x) = x^3 + bx^2 + cx + d$ ，得到四個三元一次聯立方程式，亦可得出答案，但未說明為何此三次多項式的首項係數除了 1 以外，沒有其他可能情形；這其實是觀念上的嚴重錯誤。也有人會寫出 $p(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ，但進行微分時，誤為 $p'(x) = ax^2 + 2bx + c$ ，因此雖能求出正確的 b 、 d 值，但仍無法寫出完整且正確的 $p(x)$ 。以上情形，均只能得到部分分數。

第二題

設 $\triangle ABC$ 的三高分別爲 $\overline{AD}=6$ 、 $\overline{BE}=4$ 、 $\overline{CF}=3$ 。

- (1) 試證： $\triangle ABC$ 是一鈍角三角形。(6 分)
- (2) 試求 $\triangle ABC$ 的面積。(8 分)

本題分爲兩小題，第一小題證明 $\triangle ABC$ 是一鈍角三角形，正確解法爲利用三角形面積爲 $\frac{1}{2}(\text{底} \times \text{高})$ ，求出三邊長的比例，即 $\triangle ABC$ 的面積等於 $\frac{1}{2}(\overline{BC} \cdot \overline{AD}) = \frac{1}{2}(\overline{AB} \cdot \overline{CF}) = \frac{1}{2}(\overline{AC} \cdot \overline{BE})$ 【見圖一】。



故三邊長的比例 $\overline{BC}:\overline{AC}:\overline{AB}=\frac{1}{\overline{AD}}:\frac{1}{\overline{BE}}:\frac{1}{\overline{CF}}=\frac{1}{6}:\frac{1}{4}:\frac{1}{3}=2:3:4$ 。再利用兩邊邊長的平方和小

於第三邊邊長的平方，即 $\overline{BC}^2 + \overline{CA}^2 < \overline{AB}^2$ 或 $(2t)^2 + (3t)^2 < (4t)^2$ ；或由餘弦定理得

$\cos C = \frac{2^2 + 3^2 - 4^2}{2 \cdot 2 \cdot 3} (= \frac{-1}{4}) < 0$ 等作法證明 $\triangle ABC$ 是一鈍角三角形。有些考生會利用三角形的面積

推得三角形的邊長與高成反比，但比例算錯，例如誤算 $\overline{BC}:\overline{AC}:\overline{AB}=\frac{1}{6}:\frac{1}{4}:\frac{1}{3}=2:3:6$ ；或是誤認

爲求出的三邊比例即爲三邊的邊長，例如認定 $\overline{BC}=2$ ， $\overline{CA}=3$ ，則 $\overline{BC}^2+\overline{CA}^2=2^2+3^2<4^2$ ；或是

誤將不等式方向寫錯，例如將 $\overline{BC}^2 + \overline{CA}^2 < \overline{AB}^2$ 誤寫成 $\overline{BC}^2 + \overline{CA}^2 > \overline{AB}^2$ ，或是利用餘弦定理進行

運算時，算錯餘弦值，例如誤得 $\cos C = \frac{-1}{5}$ 等等，這些考生雖然都以爲說明了 $\triangle ABC$ 是一鈍角三

角形，但論證過程有誤，均只能得到部分分數甚或沒有分數。

第二小題求 $\triangle ABC$ 面積的解法很多，大致可分為以下兩步，第一步求出三邊的邊長，第二步

算出三角形的面積。第一步可利用高與邊長的關係，例如 $\overline{BE} = \overline{BC} \cdot \sin C$ ，即 $4 = 2t \sin C$ ；或海龍公式 $\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)} = \sqrt{(\frac{9}{2}t)(\frac{5}{2}t)(\frac{3}{2}t)(\frac{1}{2}t)} = \frac{1}{2} \overline{AD} \cdot \overline{BC}$ ；或畢氏定理，例如 $\overline{BF}^2 + \overline{CF}^2 = \overline{BC}^2$ 、 $\overline{AF}^2 + \overline{CF}^2 = \overline{AC}^2$ ，列出方程式，或是定坐標的方法（詳細解法請見附件一），這些作法均可求得三角形的邊長。第二步直接將所求得之邊長套用三角形面積公式即可得出正確答案。有些考生會求得三邊長的比例為 2:3:4，但三角形邊長與高對應錯誤，因而算錯面積，例如 $\overline{BE} = \overline{BC} \cdot \sin B$ ；或是直接令 $\overline{AB} = 8$ 、 $\overline{CA} = 6$ 、 $\overline{BC} = 4$ ，算得三角形的面積。有些欲採用海龍公式解題，但公式寫錯，例如誤將 $s = \frac{1}{2}(\overline{AB} + \overline{BC} + \overline{AC})$ 認為 $s = \overline{AB} + \overline{BC} + \overline{AC}$ 。以上這些情形，均無法得到分數或是只能得到部分分數。

數學乙

第一題

坐標平面上有兩條拋物線，第一條拋物線的頂點在 $(-4,0)$ ，焦點在 $(-4,4)$ ，第二條拋物線的頂點在 $(4,4)$ ，焦點在 $(4,0)$ ，求兩條拋物線的交點。(13 分)

本題的解法有兩種。第一種是能正確地寫出兩條拋物線方程式，即 $\begin{cases} (x+4)^2 = 16y \\ (x-4)^2 = -16(y-4) \end{cases}$ ，再

解聯立方程組，求得二交點為 $(4,4)$ 和 $(-4,0)$ 則可得滿分（詳細解法請見附件二）。若考生未能正

確列出二條拋物線方程式，如：寫成 $\begin{cases} (x+4)^2 = 16y^2 \\ (x-4)^2 = -16(y-4)^2 \end{cases}$ ，因為兩條拋物線方程式都寫錯了，所

以無法得分；或僅正確列出其中一條拋物線方程式，如： $\begin{cases} (x+4)^2 = 16y \\ (x-4)^2 = 16(y-4) \end{cases}$ ；或已列出正確方程式，但解聯立方程組時發生小疏失，如：只解出 $x = 4$ ，均只能得到部分分數。

第二種解法須正確敘述「第二條拋物線的頂點 $(4,4)$ 為第一條拋物線上的一點」之理由。同理，「第一條拋物線的頂點 $(-4,0)$ 亦為第二條拋物線上的一點」之理由。接著還須說明這兩條拋物線最多只有兩個交點，即可得滿分。若考生未能正確說明為何這兩條拋物線的交點為 $(4,4)$ 和 $(-4,0)$ ，或未能說明這兩條拋物線最多只有這兩個交點，則無法得滿分。若考生僅圖示二條拋物線的交點為 $(4,4)$ 和 $(-4,0)$ ，而無任何說明，或從圖中的數據無法看出 $(4,4)$ 在第一條拋物線的理由，或只提及正焦弦長為 16，而沒有進一步說明正焦弦長與點 $(4,4)$ 之關連性則為零分。

第二題

建築公司在房市熱絡時推出甲、乙兩型熱門預售屋。企劃部門的規劃如下：甲型屋每棟地價成本為 500 萬元，建築費用為 900 萬元，乙型屋每棟地價成本為 200 萬元，建築費用為 1500 萬元，公司在資金部分限制地價總成本上限為 3500 萬元，所有建築費用的上限為 1 億 2000 萬元；無論甲型或乙型售出，每棟獲利皆為 500 萬元，假設推出的預售屋皆可售出，請問推出甲、乙兩型預售屋各幾棟，公司才可得到最大利潤。(13 分)

本題的解題主要步驟如下（詳細解法請見附件二）：

(1) 正確列出目標函數與不等式組，或在坐標平面上畫出正確的可行解區域。

(2) 再利用以下兩種方法求出答案。

(a) 頂點法

正確求出可行解區域的四個頂點，再代入目標函數中作比較，得到正確答案。

(b) 平行線法

畫出正確的可行解區域，再描述目標函數的斜率 -1 介於斜率 $-\frac{5}{2}$ 與 $-\frac{3}{5}$ 之間，或在坐標平面上畫出 $500x + 500y = k$ 之直線，平移後得出正確答案。

此題是評量考生能否利用線性規劃的觀念求甲、乙兩型預售屋各為幾棟時，公司可得到最大利潤。第一步驟，考生須依題意寫出正確的不等式組
$$\begin{cases} 500x + 200y \leq 3500 \\ 900x + 1500y \leq 12000 \\ x, y \geq 0 \end{cases}$$
，及目標函數

$P(x, y) = 500x + 500y$ ，但在這部分學生較常犯的錯誤為不等式的符號寫錯，如：
$$\begin{cases} 500x + 200y > 3500 \\ 900x + 1500y > 12000 \end{cases}$$
，或寫成小於的符號，如：
$$\begin{cases} 500x + 200y < 3500 \\ 900x + 1500y < 12000 \end{cases}$$
，在計算過程中，又直接利用直線
$$\begin{cases} 500x + 200y = 3500 \\ 900x + 1500y = 12000 \end{cases}$$
 求得交點 $(5, 5)$ ，即認為其答案正確，可是為什麼無法得滿分呢？

這類的作答方式，一開始在將情境問題轉換成數學式時，就出現錯誤的不等式組，在過程中又無法合理推論與計算，因此無法得分。

第二步驟，考生若能正確寫出不等式組，或將可行解區域正確畫出後，可利用「平行線法」求解，即利用目標函數 $P(x, y) = 500x + 500y$ 的斜率為 -1 ，因此當以 $500x + 500y = k$ 的直線平移時，可得知當甲、乙兩型預售屋各為 5 棟時，公司可得到最大利潤。但考生較多發生的問題為可行解區域畫錯，或只寫出 $P(x, y) = 500x + 500y$ 的斜率為 -1 ，而在圖中沒有畫出此直線，因此看不出斜率為 -1 有何用途，亦或者將 $500x + 500y = k$ 的直線畫錯，如：畫成 $500x - 500y = k$ ，因而無法正確

求出答案，故只能得到部分分數。不過大部分考生在此會採取「頂點法」求解，即先求出可行解區域的四個頂點後，再將這四個頂點代入目標函數做比較，而得知當甲、乙兩型預售屋各為五棟時，公司可得到最大利潤。在這部分，考生未能得分的主要原因是「未能正確求出四個頂點」、「未將四個頂點代入目標函數比較」、或「代入目標函數時發生計算錯誤」。

數學考科的題型有選擇、選填與非選擇題。選擇題與選填題，只要答案正確，即可得到全部分數。但非選擇題主要評量考生是否能夠清楚表達推理過程，答題時應將推理或解題過程說明清楚，且得到正確答案，方可得到滿分。如果計算錯誤，則酌予扣分。如果只有答案對，但觀念錯誤，或解題過程不合理，則無法得到分數¹。另外，指定科目考試數學甲、數學乙非選擇題作答情形分析，主要用意在於提供老師教學或學生平常練習時的參考，並非僅僅說明評分標準，必須輔以考生的成績與可能犯的錯誤加以說明（請參考 2007 年 11 月 15 日選才 159 期）。若考生對自己的非選擇題成績有疑慮，可以申請複查，大考中心會調閱答案卷，檢視成績²。

¹ 吳家怡(民 93)，我的數學甲非選擇題得分了嗎。選才通訊，第 120 期。

² 大考中心(民 97)，大學入學考試中心說明稿(97.8.1)。大考中心網站：<http://www.ccec.edu.tw>

附件一

數學科試題的解法不只一種，故以下提供多數考生可能採用的解法，未列的解法，只要推論或解題過程正確，仍可得分。

數學甲

第一題

參考解法：

【解法一】

設 $p(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ，由題設「圖形通過 $(1, 3), (-1, 5)$ 兩點」，知 $p(1) = 3$ 且 $p(-1) = 5$ ，代入得

$$(1) \quad a + b + c + d = 3$$

$$(2) \quad -a + b - c + d = 5$$

因為 $p'(x) = 3ax^2 + 2bx + c$ ，由題設「在點 $(1, 3)$ 的切線斜率為 7，而在點 $(-1, 5)$ 的切線斜率為 -5」，知 $p'(1) = 7$ 且 $p'(-1) = -5$ ，代入得

$$(3) \quad 3a + 2b + c = 7$$

$$(4) \quad 3a - 2b + c = -5$$

由(1)(2)(3)(4)解得 $a = 1, b = 3, c = -2, d = 1$ ，故 $p(x) = x^3 + 3x^2 - 2x + 1$ 。

【解法二】

設 $p'(x) = ax^2 + bx + c$ ，由題設「在點 $(1, 3)$ 的切線斜率為 7，而在點 $(-1, 5)$ 的切線斜率為 -5」，知 $p'(1) = 7$ 且 $p'(-1) = -5$ ，代入得

$$(7) \quad a + b + c = 7$$

$$(8) \quad a - b + c = -5$$

由此兩式可解得 $b = 6$ 且 $c = 1 - a$ ，因此 $p'(x) = ax^2 + 6x + (1 - a)$ ，從而可知

$p(x) = \frac{a}{3}x^3 + 3x^2 + (1 - a)x + d$ ；再由題設「圖形通過 $(1, 3), (-1, 5)$ 兩點」，知 $p(1) = 3$ 且 $p(-1) = 5$ ，

代入得

$$(9) \quad \frac{-2a}{3} + 4 + d = 3$$

$$(10) \quad \frac{2a}{3} + 2 + d = 5$$

解此兩式得 $d = 1$ ， $a = 3$ ；故 $p(x) = x^3 + 3x^2 - 2x + 1$ 。

【解法三】

由 $p(1) = 3$ 可設 $p(x) = (x-1)(ax^2 + bx + c) + 3 = (x-1)[(x+1)(kx+q) + r] + 3$

再由 $p(-1) = 5$ ，得 $5 = p(-1) = (-2) \cdot r + 3$ ，因此 $r = -1$ ，故 $p(x) = (x-1)[(x+1)(kx+q) - 1] + 3$

因爲 $p'(x) = 3kx^2 + 2qx - (k+1)$

由題設「在點 $(1, 3)$ 的切線斜率爲 7，而在點 $(-1, 5)$ 的切線斜率爲 -5」，知 $p'(1) = 7$ 且

$p'(-1) = -5$ ，代入得

$$(5) \quad p'(1) = 7 \Rightarrow 3k + 2q - (k+1) = 7$$

$$(6) \quad p'(-1) = -5 \Rightarrow 3k - 2q - (k+1) = -5$$

由(5)(6)解得 $k = 1, q = 3$

得 $p(x) = (x-1)[(x+1)(x+3) - 1] + 3$ ，化簡得 $p(x) = x^3 + 3x^2 - 2x + 1$ 。

第二題

參考解法：

第(1)小題

利用 $\triangle ABC$ 的面積等於 $\frac{1}{2} \overline{AD} \cdot \overline{BC} = \frac{1}{2} \overline{BE} \cdot \overline{CA} = \frac{1}{2} \overline{CF} \cdot \overline{AB}$ ，可得

$$\overline{BC} : \overline{CA} : \overline{AB} = \frac{1}{\overline{AD}} : \frac{1}{\overline{BE}} : \frac{1}{\overline{CF}} = \frac{1}{6} : \frac{1}{4} : \frac{1}{3} = 2 : 3 : 4。$$

以下提供兩個方法證明 $\triangle ABC$ 爲鈍角三角形。

【解法一】

可設 $\overline{BC} = 2t, \overline{CA} = 3t, \overline{AB} = 4t$ 。

由 $\overline{AB}^2 > \overline{BC}^2 + \overline{CA}^2$ ，可知 $\triangle ABC$ 是一鈍角三角形。

【解法二】

設 $\overline{BC} = 2t, \overline{CA} = 3t, \overline{AB} = 4t$ ，由餘弦定理得 $\cos C = \frac{(2t)^2 + (3t)^2 - (4t)^2}{2 \cdot (2t) \cdot (3t)} = \frac{-1}{4} < 0$ ，故 $\angle C$ 是鈍

角，得知 $\triangle ABC$ 是一鈍角三角形。

第(2)小題

【解法一】

$$\text{設 } \overline{BC} = 2t, \overline{CA} = 3t, \overline{AB} = 4t, \text{ 得 } \cos C = \frac{(2t)^2 + (3t)^2 - (4t)^2}{2 \cdot (2t) \cdot (3t)} = \frac{-1}{4}$$

$$\text{從而 } \sin C = \sqrt{1 - \cos^2 C} = \sqrt{1 - \left(\frac{1}{4}\right)^2} = \frac{\sqrt{15}}{4}$$

利用 $\triangle ABC$ 的面積等於 $\frac{1}{2} \overline{AB} \cdot \overline{CF} = \frac{1}{2} \overline{AC} \cdot \overline{BC} \cdot \sin C$ ，得 $\frac{1}{2} \cdot 4t \cdot 3 = \frac{1}{2} \cdot 3t \cdot 2t \cdot \sin C$ ，解得

$$t = \frac{8}{\sqrt{15}}。 \text{ 故 } \triangle ABC \text{ 的面積等於 } \frac{1}{2} \cdot \overline{AB} \cdot \overline{CF} = \frac{1}{2} \cdot 4t \cdot 3 = \frac{48}{\sqrt{15}} = \frac{16}{5} \sqrt{15}。$$

【解法二】

$$\text{設 } \overline{BC} = 2t, \overline{CA} = 3t, \overline{AB} = 4t, \text{ 得 } \cos C = \frac{(2t)^2 + (3t)^2 - (4t)^2}{2 \cdot (2t) \cdot (3t)} = \frac{-1}{4}$$

$$\text{因爲 } \sin C = \sqrt{1 - \cos^2 C} = \sqrt{1 - \left(\frac{1}{4}\right)^2} = \frac{\sqrt{15}}{4}$$

利用高 $\overline{BE} = 4 = 2t \sin C$ ，解得 $t = \frac{8}{\sqrt{15}}$ 。

$$\text{故 } \triangle ABC \text{ 的面積等於 } \frac{1}{2} \cdot \overline{AB} \cdot \overline{CF} = \frac{1}{2} \cdot 4t \cdot 3 = \frac{48}{\sqrt{15}} = \frac{16}{5} \sqrt{15}。$$

【解法三】

設 $\overline{BF} = x$ ， $\overline{FA} = 4t - x$ ，由畢式定理得

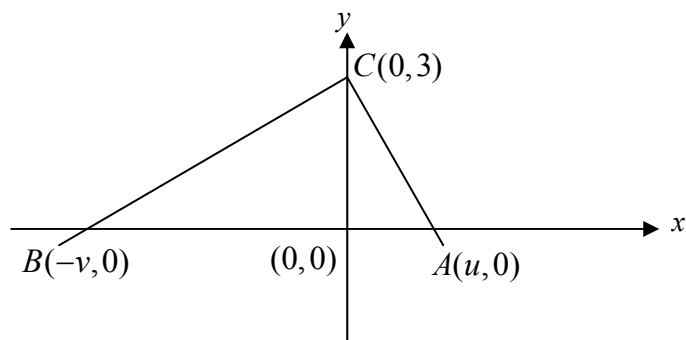
$$x^2 + 3^2 = (2t)^2$$

$$(4t - x)^2 + 3^2 = (3t)^2$$

$$\text{解聯立方程組得 } t = \frac{8}{\sqrt{15}}$$

$$\text{故 } \triangle ABC \text{ 的面積等於 } \frac{1}{2} \cdot \overline{AB} \cdot \overline{CF} = \frac{1}{2} \cdot 4t \cdot 3 = \frac{48}{\sqrt{15}} = \frac{16}{5} \sqrt{15}。$$

【解法四】



如上圖，設 A 、 B 、 C 、 O 四點的坐標分別為 $A(u, 0)$ 、 $B(-v, 0)$ 、 $C(0, 3)$ 、 $O(0, 0)$

\overline{BC} 的直線方程式為 $\frac{x}{-v} + \frac{y}{3} = 1 \Rightarrow 3x - vy + 3v = 0$

則 $A(u, 0)$ 到 $3x - vy + 3v = 0$ 的距離為 $\frac{3u + 3v}{\sqrt{9 + v^2}} = 4$

化簡得 $9u^2 - 7v^2 + 18uv = 144$

\overline{AC} 的直線方程式為 $\frac{x}{u} + \frac{y}{3} = 1 \Rightarrow 3x + uy - 3u = 0$

則 $B(-v, 0)$ 到 $3x + uy - 3u = 0$ 的距離為 $\frac{-3v - 3u}{\sqrt{9 + u^2}} = -6$

化簡得 $-3u^2 + v^2 + 2uv = 36$

解聯立方程組
$$\begin{cases} 9u^2 - 7v^2 + 18uv = 144 \\ -3u^2 + v^2 + 2uv = 36 \end{cases}$$

得 $u = \frac{22}{\sqrt{60}} = \frac{11}{\sqrt{15}}$ ， $v = \frac{21}{11}u = \frac{21}{\sqrt{15}}$

故 $\triangle ABC$ 的面積等於 $\frac{1}{2}(u + v) \cdot 3 = \frac{16 \times 3}{\sqrt{15}} = 16\sqrt{\frac{3}{5}} = \frac{16}{5}\sqrt{15}$

附件二

數學科試題的解法不只一種，故以下提供多數考生可能採用的解法，未列的解法，只要推論或解題過程正確，仍可得分。

數學乙

第一題

參考解法：

【解法一】

- (1) 第一條拋物線的頂點在 $(-4, 0)$ ，焦點在 $(-4, 4)$ ，可知 $c = 4$ ，開口向上，

故第一條拋物線方程式為： $(x + 4)^2 = 16y$

- (2) 第二條拋物線的頂點在 $(4, 4)$ ，焦點在 $(4, 0)$ ，可知 $c = 4$ ，開口向下，

故第二條拋物線的方程式為： $(x - 4)^2 = -16(y - 4)$

- (3) 解聯立方程組：
$$\begin{cases} (x + 4)^2 = 16y \\ (x - 4)^2 = -16(y - 4) \end{cases},$$

可得： $(x + 4)^2 = -(x - 4)^2 + 64$ ， $2x^2 = 32$ ， $x^2 = 16$ ， $x = \pm 4$

當 $x = 4$ 時， $y = 4$ ； $x = -4$ 時， $y = 0$ ，故兩拋物線的交點為 $(4, 4)$ 或 $(-4, 0)$

【解法二】

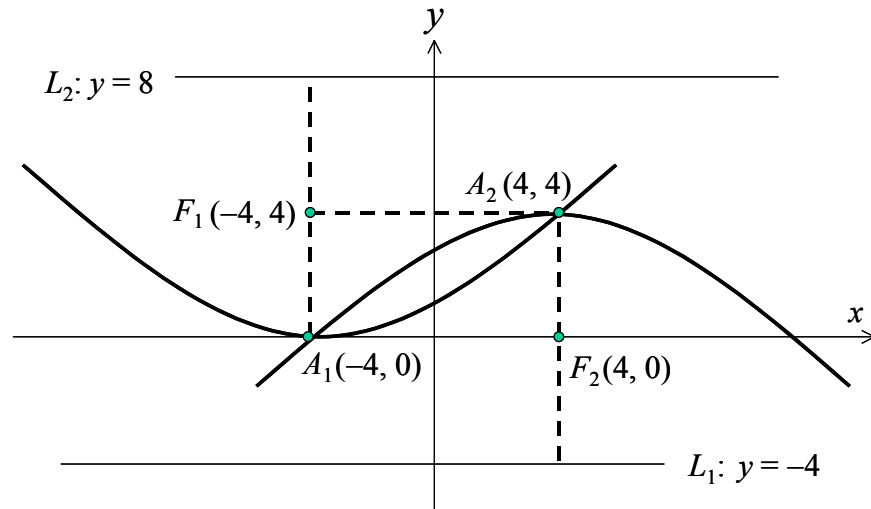
- (1) 由定義得方程式 $\sqrt{(x + 4)^2 + (y - 4)^2} = |y + 4|$

- (2) 由定義得方程式 $\sqrt{(x - 4)^2 + y^2} = |y - 8|$

- (3) 解聯立方程組

$$\begin{cases} (x + 4)^2 = 16y \\ (x - 4)^2 = -16(y - 4) \end{cases}, \text{ 得兩條拋物線的交點為 } (4, 4) \text{ 或 } (-4, 0)$$

【解法三】



- (1) 第一條拋物線的準線 $L_1: y = -4$

$A_2(4, 4)$ 到第一條拋物線焦點 $F_1(-4, 4)$ 與 $A_2(4, 4)$ 到準線 L_1 的距離相等，
所以 $(4, 4)$ 也在第一條拋物線上

- (2) 第二條拋物線的準線 $L_2: y = 8$

$A_1(-4, 0)$ 到第二條拋物線焦點 $F_2(4, 0)$ 與 $A_1(-4, 0)$ 到準線 L_2 的距離相等，
所以 $(-4, 0)$ 也在第二條拋物線上

- (3) 這兩條拋物線最多只有 2 個交點

第二題

參考解法：

【解法一】

- (1) 設甲型預售屋 x 棟、乙型預售屋 y 棟，其中 $x \geq 0, y \geq 0$

由地價總成本上限為 3500 萬元，可列式為： $500x + 200y \leq 3500$ (單位：萬元)

建築費用的上限為 1 億 2000 萬元，可列式為： $900x + 1500y \leq 12000$ (單位：萬元)

因此可知限制條件可以不等式組表示：
$$\begin{cases} x \geq 0, y \geq 0 \\ 500x + 200y \leq 3500 \\ 900x + 1500y \leq 12000 \end{cases}$$

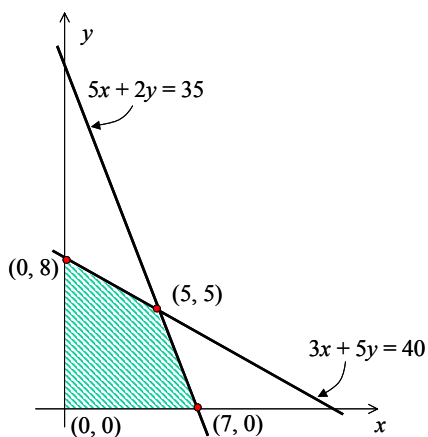
因為每棟獲利皆為 500 萬元，所以目標函數為 $f(x, y) = 500x + 500y$

- (2) 求出可行解區域的四個頂點 $(0, 0)$ 、 $(7, 0)$ 、 $(0, 8)$ 、 $(5, 5)$ ，如下圖。再代入目標函數

$f(x, y) = 500x + 500y$ 做比較。

(x, y)	$(0, 0)$	$(7, 0)$	$(0, 8)$	$(5, 5)$
$f(x, y) = 500x + 500y$	0	3500	4000	5000

可知當甲、乙兩型預售屋各為 5 棟時，可得最大利潤。



【解法二】

- (1) 設甲型預售屋 x 棟、乙型預售屋 y 棟，其中 $x \geq 0, y \geq 0$

由地價總成本上限為 3500 萬元，可列式為： $500x + 200y \leq 3500$ (單位：萬元)

建築費用的上限為 1 億 2000 萬元，可列式為： $900x + 1500y \leq 12000$ (單位：萬元)

因此可知限制條件可以不等式組表示：

$$\begin{cases} x \geq 0, y \geq 0 \\ 500x + 200y \leq 3500 \\ 900x + 1500y \leq 12000 \end{cases}$$

因為每棟獲利皆為 500 萬元，所以目標函數為 $f(x, y) = 500x + 500y$

- (2) 由於 $f(x, y) = 500x + 500y$ 的斜率為 -1 ，若以 $f(x, y) = 500x + 500y$ 的直線掃動時(如圖)，可得知最大利潤會發生在 $x = 5, y = 5$ 時。

